

प्रश्न –पत्र का प्रारूप

कक्षा – 12

विषय– गणित

अवधि– 3.15 घंटे

पूर्णांक – 80

1. उद्देश्य हेतु अंकभार –

क्र.सं.	उद्देश्य	अंकभार	प्रतिशत
1.	ज्ञान	20	25
2.	अवबोध / अर्थग्रहण	30	37.50
3.	ज्ञानोपयोग / अभिव्यक्ति	23	28.75
4.	कौशल / मौलिकता	7	8.75
	योग	80	100 प्रतिशत

2. प्रश्नों के प्रकार एवं अंकभार –

क्र.सं.	प्रश्नों के प्रकार	प्रश्नों की संख्या	अंक प्रति प्रश्न	कुल अंक	प्रतिशत	सम्भावित समय
1.	वस्तुनिष्ठ / बहुविकल्पात्मक					
2.	अतिलघूत्तरात्मक	10	1	10	12.5	20
3.	लघूत्तरात्मक ।	5	2	10	12.5	20
4.	लघूत्तरात्मक ।।	10	3	30	37.5	70
5.	निबंधात्मक	5	6	30	37.5	60
	योग			80	100	170 मिनट

विकल्प योजना : आन्तरिक

पुनरावलोकन – 10 मिनट

3. विषय वस्तु का अंकभार –

पढ़ने का समय – 15 मिनट

क्र.सं.	इकाई	अंकभार	प्रतिशत
1.	फलन	3	3.75
2.	प्रतिलोम वृत्तीय फलन	4	5
3.	आव्यूह	3	3.75
4.	सारणिक	3	3.75
5.	व्युत्क्रम आव्यूह एवं रैखिक समीकरण	4	5
6.	संततता तथा अवकलनीयता	8	10
7.	अवकलजों के अनुप्रयोग	6	7.5
8.	समाकलन	12	15
9.	समाकलनों के अनुप्रयोग	6	7.5
10.	अवकल समीकरण	6	7.5
11.	सदिश	7	8.75
12.	त्रिविमीय ज्यामिति	7	8.75
13.	रैखिक प्रोग्रामन	4	5
14.	प्रायिकता एवं प्रायिकता बंटन	7	8.75
	कुल अंक भार	80	100 प्रतिशत

क्र.सं.	उद्देश्य इकाई/उप इकाई	ज्ञान			अवबोध			ज्ञानोपयोगी/अभिव्यक्ति			कौशल/मौलिकता			योग		
		अति लघु	लघु. SAI	SA2	निंब	अति लघु	लघु. SAI	SA2	निंब	अति लघु	लघु. SAI	SA2	निंब			
1.	फलन					2(1)							1(1)			3(2)
2.	प्रतिलोम वृत्तीय फलन						1(1)	3*(1)								4(2)
3.	आव्यूह		2(1)				1(1)									3(2)
4.	सारणिक			3(1)												3(1)
5.	व्युत्क्रम आव्यूह एवं रैखिक समीकरण			3(1)			1(1)									4(2)
6.	संततता तथा अवकलनीयता		2(1)						6(1)							8(2)
7.	अवकलजों के अनुप्रयोग									6(2)						6(2)
8.	समाकलन		2(1)	3*(1)			1(1)		6(1)							12(4)
9.	समाकलनों के अनुप्रयोग										4 ⁺ (2)			2 ⁺ (-)		6(2)
10.	अवकल समीकरण														6*(1)	6(1)
11.	सदिश		2(1)	3*(1)			1(1)		1(1)							7(4)
12.	त्रिविमीय ज्यामिति						1(1)		6(1)							7(2)
13.	रैखिक प्रोग्रामन												1(1)		3(1)	4(2)
14.	प्रायिकता एवं प्रायिकता बंटन						1(1)								6*(1)	7(2)
15.																
16.	योग	-	8(4)	12(4)	-	7(7)	2(1)	3(1)	18(3)	1(1)	-	10(4)	12(2)	2(2)	5(1)	-
	कुल योग			20(8)		30(12)			23(7)		7(3)					80(30)

विकल्पों की योजना :-

नोट :- कोष्ठक में बाहर की संख्या अंकों की तथा भीतर प्रश्नों के लिए है।

हस्ताक्षर

+ बहुउद्देशीय प्रश्नों के लिए

* आन्तरिक विकल्प वाले प्रश्नों के लिए

माध्यमिक शिक्षा बोर्ड राजस्थान, अजमेर

नमूने का प्रश्न-पत्र (Model Question paper)

कक्षा-12

विषय- गणित

अनुक्रमांक

अवधि- 3 घण्टे 15 मिनट

पूर्णांक 80 अंक

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :

Genral Instructions to the Examinees :

- I. परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्नपत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें।
Candidate must write first his/her Roll No. on the question paper compulsorily.
- II. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।
All the questions are compulsory.
- III. प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तरपुस्तिका में ही लिखें।
Write the answer to each question in the given answer book only.
- IV. जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड है, उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें।
For questions having more than one part the answers to those parts are to be written together in continuity.
- V. प्रश्न पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपान्तर में किसी प्रकार की त्रुटि/अंतर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही मानें।
If there is any error/difference/contradiction in Hindi & English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.

VI. खण्ड	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1-10	1
ब	11-15	2
स	16-25	3
द	26-30	6
Section	Q.No.	Marks per question
A	1-10	1
B	11-15	2
C	16-25	3
D	26-30	6

VII. प्रश्न संख्या 16, 21, 24, 28 और 30 में आन्तरिक विकल्प है। इन प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है।

There are internal choices in Q No. 16, 21, 24, 28 and 30. You have to attempt only one of the alternatives in these questions.

VIII. प्रश्न संख्या 25 का लेखा चित्र ग्राफ पेपर पर बनाना है।

Draw the graph of Q.No. 25 on the graph paper.

खण्ड 'अ' (Section-A)

- $S = \{(0, 1, 2); +_3\}$ के लिए योग संक्रिया सारणी बनाइए।
Write composition table for addition $S = \{(0, 1, 2); +_3\}$
- यदि $\cot^{-1} x + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{2}$ हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।
If $\cot^{-1} x + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{2}$ then find the value of x .
- यदि $A = \begin{bmatrix} -i & o \\ 0 & i \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} o & i \\ i & o \end{bmatrix}$; हो तो BA ज्ञात कीजिए।
If $A = \begin{bmatrix} -i & o \\ 0 & i \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} o & i \\ i & o \end{bmatrix}$; then find BA .
- यदि बिन्दु $(x, -2)$, $(5, 2)$, $(8, 8)$ संरेख हैं, तो x का मान ज्ञात कीजिए।
If points $(x, -2)$, $(5, 2)$, $(8, 8)$ are colinear, then find the value of x .
- $\int \log x \, dx$ ज्ञात कीजिए।
Find $\int \log x \, dx$
- सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ के योगफल के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।
Find the unit vector along the sum of vectors $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$
- $[2\hat{i} \hat{j} \hat{k}] + [\hat{i} \hat{j} \hat{k}] + [\hat{k} \hat{j} 2\hat{i}]$ का मान ज्ञात कीजिए।
Find the value of $[2\hat{i} \hat{j} \hat{k}] + [\hat{i} \hat{j} \hat{k}] + [\hat{k} \hat{j} 2\hat{i}]$
- रेखाएं $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{\lambda} = \frac{z-1}{-1}$ तथा $\frac{x-1}{-\lambda} = \frac{1-y}{-2} = \frac{z+1}{1}$ परस्पर लम्बवत हो, तो λ का मान ज्ञात कीजिए।
If line $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{\lambda} = \frac{z-1}{-1}$ and $\frac{x-1}{-\lambda} = \frac{1-y}{-2} = \frac{z+1}{1}$ are perpendicular, then find

the value of x .

9. निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत सुसंगत हल क्षेत्र उत्तर पुस्तिका में दर्शाइए—

$$x+2y \leq 8, x \geq 0, y \geq 0$$

Show the region of feasible solution under the following constraints

$$x+2y \leq 8, x \geq 0, y \geq 0 \text{ in answer book.}$$

10. यदि $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ और $P(A/B) = \frac{2}{5}$ हो तो $P(A \cup B)$ ज्ञात कीजिए।

$$\text{If } 2P(A) = P(B) = \frac{5}{13} \text{ and } P(A/B) = \frac{2}{5} \text{ then find } P(A \cup B)$$

खण्ड 'ब' (Section-B)

11. यदि फलन $f: R \rightarrow R, f(x) = 2x+1$ हो, तो सत्यापित कीजिए $(f^{-1})^{-1} = f$

$$\text{If function } f: R \rightarrow R, f(x) = 2x+1 \text{ then show that } (f^{-1})^{-1} = f$$

12. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $f(A) = A^2 - 5A + 7I$ हो, तो $f(A)$ ज्ञात कीजिए।

$$\text{If } A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ and } f(A) = A^2 - 5A + 7I \text{ then find } f(A)$$

13. फलन $f(x) = |x-1|$ का $x=1$ पर संतत्यता परीक्षण कीजिए।

Examine Continuity at $x=1$ of function $f(x) = |x-1|$

14. $\int \frac{1}{1+\sin x} dx$ ज्ञात कीजिए।

$$\text{Find } \int \frac{1}{1+\sin x} dx$$

15. यदि एक सदिश OX, OY तथा OZ अक्षों के साथ क्रमशः α, β, γ कोण बनाता है तो सिद्ध कीजिए कि $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$

If a vector makes angles α, β and γ respectively with axes OX, OY, OZ , then prove that $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$

खण्ड 'स' (Section-C)

16. सिद्ध कीजिए $4 \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{70}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{99}\right) = \frac{\pi}{4}$
अथवा

यदि $\cos^{-1}\frac{x}{a} + \cos^{-1}\frac{y}{b} = \alpha$ हो, तो सिद्ध कीजिए

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \alpha + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2 \alpha$$

Prove that $4 \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{70}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{99}\right) = \frac{\pi}{4}$

Or

If $\cos^{-1}\frac{x}{a} + \cos^{-1}\frac{y}{b} = \alpha$ then prove that

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \alpha + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2 \alpha$$

17. यदि x, y, z सभी भिन्न भिन्न हो तथा

$$\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{हो, तो सिद्ध कीजिए } xyz = -1$$

If all x, y, z are different and

$$\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{then prove that } xyz = -1$$

18. यदि आव्यूह $A = F(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ हो, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए।

If Matrix $A = F(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ then find A^{-1}

19. वक्र $2x^2 - y^2 = 14$ पर सरल रेखा $x + 3y = 6$ के समान्तर, अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find equation of normal to the curve $2x^2 - y^2 = 14$ which is parallel to line $x + 3y = 6$.

20. ऐसी दो धनात्मक संख्याएँ x तथा y ज्ञात कीजिए, जिनका योग 60 तथा xy^3 अधिकतम है।

Find two positive numbers x and y , sum of them is 60 and xy^3 is maximum.

21. $\int \sqrt{x^2 + a^2} dx$ ज्ञात कीजिए

अथवा

$\int \frac{1}{1-6x-9x^2} dx$ ज्ञात कीजिए

Find $\int \sqrt{x^2 + a^2} dx$

Or

Find $\int \frac{1}{1-6x-9x^2} dx$

22. वक्र $y = 2\sqrt{1-x^2}$ तथा x अक्ष के ऊपर परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find area of region bounded by curve $y = 2\sqrt{1-x^2}$ and above x -axis.

23. $[(x, y)/x^2 \leq y \leq x]$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find area of region bounded by curve $[(x, y)/x^2 \leq y \leq x]$

24. यदि $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ हो तो \vec{a} तथा \vec{b} दोनों के लम्बवत इकाई सदिश \hat{n} ज्ञात कीजिए।

अथवा

सिद्ध कीजिए $[\vec{a} + \vec{b} \quad \vec{b} + \vec{c} \quad \vec{c} + \vec{a}] = 2[\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}]$

If $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ then find unite vector \hat{n} per pendicular both \vec{a} and \vec{b}

Or

Prove that $[\vec{a} + \vec{b} \quad \vec{b} + \vec{c} \quad \vec{c} + \vec{a}] = 2[\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}]$

25. निम्न रेखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखित विधि द्वारा हल कीजिए।

अधिकतम $z = 2x + 3y$

व्यवरोध $4x + 6y \leq 60$

$2x + y \leq 20$ तथा $x \geq 0, y \geq 0$

By graphical method solve the following linear programming problem for

Maximum $z = 2x + 3y$

Constraints $4x + 6y \leq 60$ and $2x + y \leq 20$ and $x \geq 0, y \geq 0$

खण्ड 'द' (Section-D)

26. यदि $x^3 + y^3 = t - \frac{1}{t}$ तथा $x^6 + y^6 = t^2 + \frac{1}{t^2}$ तब सिद्ध कीजिए $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2y}{x^2}$

If $x^3 + y^3 = t - \frac{1}{t}$ and $x^6 + y^6 = t^2 + \frac{1}{t^2}$ then.

Prove that $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2y}{x^2}$

27. दर्शाइए कि $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x \, dx = \frac{\pi}{2} \log \frac{1}{2}$

Show that $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x \, dx = \frac{\pi}{2} \log \frac{1}{2}$

28. अवकल समीकरण $x \sin\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} = y \sin\left(\frac{y}{x}\right) - x$ का हल ज्ञात कीजिए।

अथवा

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + 2xy = x \sin x^2$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए।

यदि $x = 0$ तथा $y = 1$

Find the solution of the differential equation $x \sin\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} = y \sin\left(\frac{y}{x}\right) - x$

Or

Find the particular solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} + 2xy = x \sin x^2$

If $x = 0$ and $y = 1$

29. दो रेखाओं के मध्य का कोण ज्ञात कीजिए जिनकी दिक् कोज्याएं निम्न सम्बन्धों द्वारा दी गई हैं।

$$l - 5m + 3n = 0 \text{ तथा } 7l^2 + 5m^2 - 3n^2 = 0$$

Find the angle between the two lines. These direction- cosines are given by the following relations.

$$l - 5m + 3n = 0 \text{ and } 7l^2 + 5m^2 - 3n^2 = 0$$

30. एक व्यक्ति के बारे में ज्ञात है कि वह 4 में से 3 बार सत्य बोलता है। वह एक पासे को उछालता है और यह बतलाता है कि उस पर आने वाली संख्या 6 है। इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि पासे पर आने वाली संख्या वास्तव में 6 है।

अथवा

दो सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है। सिक्कों पर प्राप्त "चितों की संख्या" का प्रसरण ज्ञात कीजिए।

A man is known to speak truth 3 out of 4 times. He throws a die and reports that it is a six. Find the probability that it is actually a six.

Or

Two coins are tossed at the same time. Find the variance of "number of heads"

उत्तरमाला

खण्ड 'अ' (Section-A)

1. संक्रिया सारणी बनाने पर

+3	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

2. $\cot^{-1} x = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{1}{3}$ लिखकर

$$\cot^{-1} x = \cot^{-1} \frac{1}{3} \text{ प्राप्त करने पर}$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ प्राप्त करने पर}$$

3. $BA = \begin{pmatrix} o & i^2 \\ -i^2 & o \end{pmatrix}$ प्राप्त करने पर

$$\text{या } BA = \begin{pmatrix} o & -1 \\ 1 & o \end{pmatrix} \text{ आने पर}$$

4. $\begin{vmatrix} x & -2 & 1 \\ 5 & 2 & 1 \\ 8 & 8 & 1 \end{vmatrix} = 0$ लिखने पर

$$x = 3 \text{ प्राप्त करने पर}$$

5. $I = x \log x - x + c$ प्राप्त करने पर

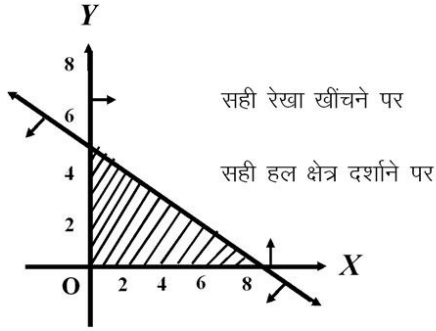
$$I = x \log(x/e) + c \text{ प्राप्त करने पर}$$

6. योगफल $\vec{c} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ प्राप्त करने पर

$$\text{मात्रक सदिश } \hat{c} = \frac{\vec{c}}{|\vec{c}|} \text{ द्वारा}$$

खण्डवार अंक	अंक	पाठ्यपुस्तक की पृष्ठ संख्या
1	1	17
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	42
$\frac{1}{2}$	1	61
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	108
$\frac{1}{2}$	1	250
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	

7. $\hat{c} = \frac{4}{\sqrt{29}}\hat{i} + \frac{3}{\sqrt{29}}\hat{j} - \frac{2}{\sqrt{29}}\hat{k}$
 $2\hat{i} \cdot (\hat{i}) + \hat{i} \cdot (\hat{i}) + \hat{k} \cdot (-2\hat{k})$ प्राप्त करने पर
 $2(1) + (-1) + (-2) = -1$ प्राप्त करने पर
8. रेखाएं $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{\lambda} = \frac{z-1}{-1}$ तथा
 $\frac{x-1}{-\lambda} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{1}$ लिखने पर
 $1(-\lambda) + \lambda(2) + (-1)(1) = 0$ द्वारा
 $\lambda = 1$ प्राप्त करने पर
- 9.



10. $P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{13} = \frac{2}{13}$
 प्राप्त करने पर
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{5}{26} + \frac{5}{13} - \frac{2}{13} = \frac{11}{26}$
 प्राप्त करने पर

खण्ड 'ब' (Section-B)

11. $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$ प्राप्त करने पर

खण्डवार अंक	अंक	पाठ्यपुस्तक की पृष्ठ संख्या
$\frac{1}{2}$	1	353
$\frac{1}{2}$	1	373
$\frac{1}{2}$	1	410
$\frac{1}{2}$	1	421
$\frac{1}{2}$	1	451
1		

- $(f^{-1})^{-1} = f$ सत्यापित करने पर
12. $A^2 = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ ज्ञात करने पर
- $f(A) = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ लिखने पर
- $f(A) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ प्राप्त करने पर
13. $f(x)$ ज्ञात करने पर
 $f(1) = f(1+0) = f(1-0)$ ज्ञात करने पर
 $x = 1$ पर फलन संतत है
14. $\frac{1}{1 + \sin x} = \sec^2 x - \sec x \tan x$
प्राप्त करने पर
 $I = \tan x - \sec x + c$ प्राप्त करने पर
15. दिक् कोज्याएं $l = \cos \alpha$, $m = \cos \beta$, $n = \cos \gamma$
लिखने पर
 $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ लिखने पर
 $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$ सिद्ध करने पर

खण्ड 'स' (Section-C)

16. $2 \left(2 \tan^{-1} \frac{1}{5} \right) - \left(\tan^{-1} \frac{1}{70} - \tan^{-1} \frac{1}{99} \right)$ लिखने पर
- $= 2 \tan^{-1} \frac{5}{12} - \tan^{-1} \frac{29}{6931}$ प्राप्त करने पर
- $= \tan^{-1} \frac{120}{119} - \tan^{-1} \frac{29}{6931}$ प्राप्त करने पर
- $= \frac{\pi}{4}$ प्राप्त करने पर

अथवा

$$\frac{xy}{ab} - \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \sqrt{1 - \frac{y^2}{b^2}} = \cos \alpha \text{ लिखने पर}$$

खण्डवार अंक	अंक	पाठ्यपुस्तक की पृष्ठ संख्या
1	2	12
$\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{2}$		
1	2	63
$\frac{1}{2}$		
1		
$\frac{1}{2}$	2	123
1		
1	2	221
$\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{2}$		
1	2	381
1		

$$\frac{x^2 y^2}{a^2 b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \alpha + \cos^2 = 1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2 y^2}{a^2 b^2}$$

प्राप्त करने पर

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \alpha + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2 \alpha \text{ सिद्ध करने पर}$$

$$17. \begin{vmatrix} x & x^2 & 1 \\ y & y^2 & 1 \\ z & z^2 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & x^2 & x^3 \\ y & y^2 & y^3 \\ z & z^2 & z^3 \end{vmatrix} = 0 \text{ लिखने पर}$$

$$(1 + xyz) \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix} = 0 \text{ प्राप्त करने पर}$$

$xyz = -1$ सिद्ध करने पर

$$18. |A| = 1 \text{ ज्ञात करने पर}$$

$$\text{adj } A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ ज्ञात करने पर}$$

$$A^{-1} = \frac{\text{adj } A}{|A|} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$19. \left(\frac{dy}{dx} \right)_{(x_1, y_1)} = \frac{2x_1}{y_1} \text{ प्राप्त करना}$$

समान्तर रेखा की प्रवणता $= \frac{-1}{3}$ का प्रयोग

$$\text{कर } y_1 = \frac{2}{3} x_1 \text{ प्राप्त करने पर}$$

$$x_1 \pm 3 \text{ व } y_1 = \pm 2 \text{ प्राप्त करना}$$

खण्डवार अंक	अंक	पाठ्यपुस्तक की पृष्ठ संख्या
1		
1		
1/2		
1/2	3	79
1/2		
2		
1/2	3	102
1		
1/2		
1/2		

अभिलम्ब का समीकरण $x+3y+9=0$ प्राप्त करने पर

20. $P = xy^3$ तथा $x + y = 60$ लिखकर

$P = 60y^3 - y^4$ प्राप्त करने पर

चरम मान $y = 45$ प्राप्त करने पर

द्वारा $\frac{d^2P}{dy^2} < 0$

$y = 45$ पर उच्चतम सिद्ध करने पर

$x = 15$ तथा $y = 45$ प्राप्त करने पर

21. $I = x\sqrt{x^2+a^2} - \int \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} dx + c$ प्राप्त करना

$I = \frac{x}{2}\sqrt{x^2+a^2} + \frac{a^2}{2} \log\{x+\sqrt{x^2+a^2}\} + c$ प्राप्त करना

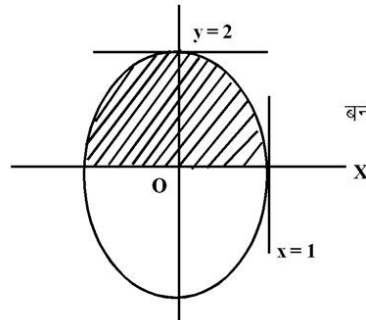
अथवा

$I = \frac{1}{9} \int \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 - \left(x+\frac{1}{3}\right)^2} dx$ प्राप्त करने पर

$I = \frac{1}{6\sqrt{2}} \log \left| \frac{\sqrt{2}+1+3x}{\sqrt{2}-1-3x} \right| + c$ प्राप्त करना

22.

सही चित्र



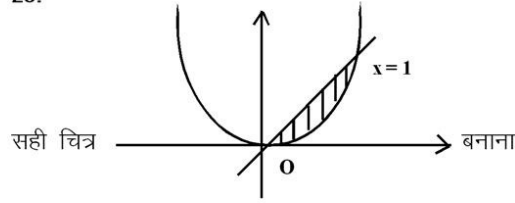
बनाने पर

खण्डवार अंक	अंक	पाठ्यपुस्तक की पृष्ठ संख्या
1	3	193
$\frac{1}{2}$		
1		
1		
$\frac{1}{2}$	3	207
$1\frac{1}{2}$		
$1\frac{1}{2}$	3	255
$1\frac{1}{2}$	3	245
1		

अभीष्ट क्षेत्रफल = $4 \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ लिखने पर

अभीष्ट क्षेत्रफल = π वर्ग इकाई ज्ञात करना

23.



अभीष्ट क्षेत्रफल = $\int_0^1 x dx - \int_0^1 x^2 dx$ लिखना

अभीष्ट क्षेत्रफल = $\frac{1}{6}$ वर्ग इकाई

24. $\hat{n} = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a} \times \vec{b}|}$ सूत्र लिखने पर

$\vec{a} \times \vec{b} = 6\hat{i} - 2\hat{j} - 8\hat{k}$ प्राप्त करना

$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{104}$ प्राप्त करने पर

$\hat{n} = \frac{1}{\sqrt{26}}(3\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k})$

अथवा

$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \{(\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{c} + \vec{a})\}$ लिखने पर

$(\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{c} + \vec{a}) = (\vec{b} \times \vec{c}) + (\vec{b} \times \vec{a}) + (\vec{c} \times \vec{a})$

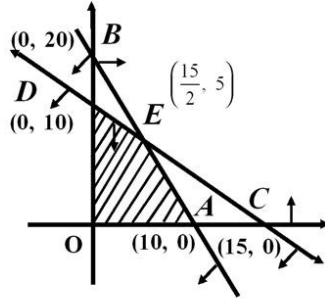
$[\vec{a} + \vec{b} \quad \vec{b} + \vec{c} \quad \vec{c} + \vec{a}]$

$= 2[\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}]$ सिद्ध करने पर

खण्डवार अंक	अंक	पाठ्यपुस्तक की पृष्ठ संख्या
1		
1	3	301
1		
1	3	313
$\frac{1}{2}$		
1		
1		
$\frac{1}{2}$	3	371
$\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{2}$		
1		
$1\frac{1}{2}$	3	371

25.

सही चित्र



प्रत्येक सही रेखा पर

सही प्रतिच्छेद बिन्दु $\left(\frac{15}{2}, 5\right)$

सही हल क्षेत्र प्रदर्शन करने पर

कोणीय बिन्दु	उद्देश्य $z = 2x + 3y$
$O(0, 0)$	0
$A(10, 0)$	20
$E\left(\frac{15}{2}, 5\right)$	30 अधिकतम
$D(0, 10)$	30 अधिकतम

उद्देश्य फलन का मान दो कोणीय बिन्दु

$E\left(\frac{15}{2}, 5\right)$ तथा $D(0, 10)$ पर अधिकतम प्राप्त होता

है। अतः अधिकतम मान बिन्दुओं E तथा D को मिलाने वाले रेखाखण्ड के प्रत्येक बिन्दु पर भी प्राप्त होगा।

खण्ड 'द' (Section-D)

26. $x^3y^3 = -1$ प्राप्त करने पर
 x के सापेक्ष अवकलन करने पर

खण्डवार अंक	अंक	पाठ्यपुस्तक की पृष्ठ संख्या
1		422
$\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{2}$	3	
1		162

$$3x^2y^3 + 3x^3y^2 \frac{dy}{dx} = 0$$

$$x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

पुनः x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{dy}{dx} + x \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 0$$

$$x \frac{d^2y}{dx^2} + 2 \left(\frac{-y}{x} \right) = 0$$

$$\text{या } \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2y}{x^2}$$

27. मान लें $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x \, dx$ (1)

निश्चित समाकलन के गुणधर्म से

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \cos x \, dx$$
(2)

$$(1) + (2)$$

$$2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log(\sin x \cos x) \, dx$$

$$2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin 2x \, dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log 2 \, dx$$

$$2I = I_1 - \log 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} 1 \, dx$$
(3)

पुनः $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin 2x \, dx$

माना $2x = t \Rightarrow dx = \frac{dt}{2}$

$$\therefore I_1 = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \log(\sin t) \, dt$$

या $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x \, dx = I$

खण्डवार अंक	अंक	पाठ्यपुस्तक की पृष्ठ संख्या
1		
1		
1		
1	6	284
1		
1		
1		
1		
1		

	खण्डवार अंक	अंक	पाठ्यपुस्तक की पृष्ठ संख्या
(निश्चित समाकलन के गुणधर्म से) समी (3) से			
$2I = I - \log_e 2 \cdot (x)_0^{\frac{\pi}{2}}$			
या $2I = I - \frac{\pi}{2} \log_e 2$			
या $I = \frac{\pi}{2} \log_e \frac{1}{2}$	1	6	
28. $\sin\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \sin\left(\frac{y}{x}\right) - 1$			330
मान लें $y = vx$	1		
$\sin v \left(v + x \frac{dv}{dx} \right) = v \sin v - 1$	1		
$x \sin v \frac{dv}{dx} = -1$ प्राप्त करने पर	1		
$\int \sin v dv = -\int \frac{dx}{x}$	1		
या $\cos v = \log \frac{x}{c}$	1		
$x = c e^{\cos\left(\frac{y}{x}\right)}$	1	6	
अथवा			
मानक समीकरण से तुलना करने पर			334
$P = 2x, \quad Q = x \sin x^2$	1		
$\therefore \text{I.F.} = e^{\int P dx} = e^{x^2}$	1		
हल $y \left(e^{x^2} \right) = \int e^{x^2} \cdot x \sin x^2 dx$			
$I = \int e^{x^2} \cdot x \sin x^2 dx$ (मान लें)	1		
तब $I = \frac{1}{2} \int e^t \cdot \sin t dt$ प्राप्त करने पर	1		

$$I = \frac{1}{4} e^t (\sin t - \cos t) + c$$

$$\therefore y(e^{x^2}) = \frac{1}{4} e^{x^2} (\sin x^2 - \cos x^2) + c$$

जब $x = 0$ तथा $y = 1$

$$c = \frac{5}{4} \text{ प्राप्त करने पर}$$

$$4y(e^{x^2}) = e^{x^2} (\sin x^2 - \cos x^2) + 5$$

29. $l - 5m + 3n = 0$ (1)
 $7l^2 + 5m^2 - 3n^2 = 0$ (2)
समी. (1) से l का मान समी. (2) में रखने पर

$$7(5m - 3n)^2 + 5m^2 - 3n^2 = 0$$

$$\text{या } 6m^2 - 7mn + 2n^2 = 0$$

$$\text{या } (3m - 2n)(2m - n) = 0$$

$$\text{या } \frac{l}{1} = \frac{m}{2} = \frac{n}{3} \text{ तथा}$$

$$\frac{l}{-1} = \frac{m}{1} = \frac{n}{2} \text{ प्राप्त करने पर}$$

$$\text{या } a_1 = 1, b_1 = 2, c_1 = 3 \text{ तथा}$$

$$a_2 = -1, b_2 = 1, c_2 = 2$$

यदि रेखाओं के मध्य का कोण θ हो, तो

$$\cos \theta = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$

$$\text{या } \cos \theta = \frac{1 \times -1 + 2 \times 1 + 3 \times 2}{\sqrt{1+4+9} \cdot \sqrt{1+1+4}}$$

$$\text{या } \theta = \cos^{-1} \left(\frac{7}{2\sqrt{21}} \right)$$

30. माना E_1 : "पासे पर संख्या 6 आने की घटना है"

खण्डवार अंक	अंक	पाठ्यपुस्तक की पृष्ठ संख्या
1		
$\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{2}$	6	
		410
1		
1		
1		
1		
1	6	
		460

	खण्डवार अंक	अंक	पाठ्यपुस्तक की पृष्ठ संख्या
<p>तथा E_2: "पासे पर संख्या 6 नहीं आने की घटना है"</p> <p>पुनः मान लें A: "व्यक्ति द्वारा पासे को उछालकर, उस पर आने वाली संख्या 6 है, बताना "</p> <p>तब $P(E_1) = \frac{1}{6}$</p> <p>$P(E_2) = \frac{5}{6}$</p> <p>$P\left(\frac{A}{E_1}\right) =$ पासे पर 6 का आना तथा व्यक्ति द्वारा बताना कि पासे पर 6 प्राप्त हुआ है की प्रायिकता</p> <p>$P\left(\frac{A}{E_2}\right) =$ पासे पर 6 का नहीं आना तथा व्यक्ति द्वारा बताना कि पासे पर 6 प्राप्त हुआ है की प्रायिकता</p> <p>या $P\left(\frac{A}{E_1}\right) =$ व्यक्ति द्वारा सत्य बोलने की प्रायिकता $= \frac{3}{4}$</p> <p>तथा $P\left(\frac{A}{E_2}\right) =$ व्यक्ति द्वारा असत्य बोलने की प्रायिकता $= \frac{1}{4}$</p> <p>अब, बेज प्रमेय से</p> $P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \frac{P(E_1)P\left(\frac{A}{E_1}\right)}{P(E_1)P\left(\frac{A}{E_1}\right) + P(E_2)P\left(\frac{A}{E_2}\right)}$	1		
		1	
		1	
		1	

$$= \frac{\frac{1}{6} \left(\frac{3}{4} \right)}{\frac{1}{6} \left(\frac{3}{4} \right) + \frac{5}{6} \left(\frac{1}{4} \right)}$$

$$= \frac{3}{24} \times \frac{24}{8} = \frac{3}{8}$$

अथवा

सिक्के के एक उछाल में चित (H) एवं (T) पट आने की प्रायिकताएं हैं

$$P(H) = \frac{1}{2}, \quad P(T) = \frac{1}{2}$$

यदि दो सिक्कों को एक साथ उछालने पर चितों की संख्या X द्वारा निरूपित हो तो $X = 0, 1, 2$ मान प्राप्त होने पर

$$P(x=0) = \frac{1}{4},$$

$P(x=1)$ = प्रथम चित व द्वितीय पट या प्रथम पट व द्वितीय चित

$$= P(HT) + P(TH)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$P(x=2)$ = दो चित आने की प्रायिकता

$$= P(HH) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

चर x का प्रायिकता बंटन निम्नानुसार होगा

x	0	1	2
$P(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

खण्डवार अंक	अंक	पाठ्यपुस्तक की पृष्ठ संख्या
1		
1	6	
		471
	$\frac{1}{2}$	
	$\frac{1}{2}$	
	$\frac{1}{2}$	
	$\frac{1}{2}$	
	$\frac{1}{2}$	

तो माध्य $E(x) = \sum_{i=1}^n x_i P_i$

$$= 0 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4}$$

$$= 0 + \frac{1}{2} + 1$$

$$= 1$$

$$E(x^2) = \sum_{i=1}^n x_i^2 P_i$$

$$= (0)^2 \times \frac{1}{4} + (1)^2 \times \frac{1}{2} + (2)^2 \times \frac{1}{4}$$

$$= 0 + \frac{1}{2} + 1$$

$$= \frac{3}{2}$$

$$Var(x) = E(x^2) - \{E(x)\}^2$$

$$= \frac{3}{2} - (1)^2$$

$$= \frac{3}{2} - 1$$

$$= \frac{1}{2}$$

खण्डवार अंक	अंक	पाठ्यपुस्तक की पृष्ठ संख्या
1		
1		
1		
1/2	6	